§12. Winkel

1. Wiederholung

Der *Zwischenwinkel* φ *zweier Vektoren* $\vec{a}$ und $\vec{b}$ errechnet sich nach der Formel:

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{\vec{a}\circ\vec{b}}{a\cdot b}}$$ mit $a = |\vec{a}|$ und $b = |\vec{b}|$ (vgl. §05)

Setzt man die Richtungsvektoren zweier Geraden in diese Formel ein, so erhält man den Schnittwinkel der beiden Geraden. Dabei ist zu beachten, dass mn immer denjenigen Winkel verwendet der zwischen 0° und 90° liegt, also für den der cos größer oder gleich Null ist:

$$\boxed{\cos\varphi = \left|\frac{\vec{u_1}\circ\vec{u_2}}{u_1\cdot u_2}\right|}$$ mit $u_1 = |\vec{u_1}|$ und $u_2 = |\vec{u_2}|$

Mit der NF einer Ebene können nun auch Zwischenwinkel zweier Ebenen oder einer Ebene/Gerade bestimmt werden.

2. Winkel zwischen zwei Ebenen E und F

E: $\vec{n}_1\circ(\vec{x}-\vec{a})=0$ (NF)

F: $\vec{n}_2\circ(\vec{x}-\vec{b})=0$ (NF)

Der Zwischenwinkel von E und F ist so groß wie der Zwischenwinkel der beiden Normalenvektoren $\vec{n}_1$ und $\vec{n}_2$

Also setzt man diese in die Formel ein und erhält für den *Zwischenwinkel* φ *zweier Ebenen*:

$$\boxed{\cos\varphi = \left|\frac{\vec{n_1}\circ\vec{n_2}}{n_1\cdot n_2}\right|}$$ mit $n_1 = |\vec{n}_1|$ und $n_2 = |\vec{n}_2|$

3. Winkel zwischen einer Gerade g und einer Ebene E

E: $\vec{n}\circ(\vec{x}-\vec{a})=0$ (NF)

g: $\vec{x}=\vec{a}+\lambda\vec{u}$

Verwendet man den Normalenvektor $\vec{n}$ der Ebene und den Richtungsvektor $\vec{u}$ der Gerade, so stellt man fest dass der Winkel φ^* zwischen diesen n i c h t der Winkel zwischen Ebene und Gerade ist. Der gesuchte Winkel φ und φ^* ergänzen sich jedoch zu 90°.

Also gilt: $\boldsymbol{\varphi^* = 90°-\varphi}$.

Außerdem ist $\cos\varphi^* = \boldsymbol{\cos(90°-\varphi) = \sin\varphi}$
und man kann somit den Winkel φ zwischen Gerade und Ebene mit folgender Formel bestim–men:

$$\boxed{\sin\varphi = \left|\frac{\vec{n}\circ\vec{u}}{n\cdot u}\right|}$$ mit $n = |\vec{n}|$ und $u = |\vec{u}|$