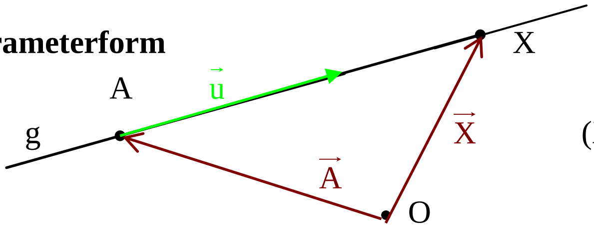
# §09. Die Gerade

## 1. Parameterform




(X ist beliebiger Punkt auf g)

Um eine Gerade festzulegen, benötigt man

- den Ortsvektor $\vec{A}$ eines festen, beliebigen Punktes der Geraden (*Aufhängepunkt*) und
- einen Vektor $\vec{u}$, der die Richtung der Gerade angibt (*Richtungsvektor RV*):

Gleichung in Parameterform: $g:\ \vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u}$

Beispiele:

① $x_1$ – Achse des Koordinatensystems der Ebene:

Aufhängepunkt ist hier: O(0|0);

Richtungsvektor: $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$;

Also: $g:\ \vec{X} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

② Gerade g durch die Punkte A(2|5|3) und B(0|1|3)

Aufhängepunkt ist hier: A(2|5|3);

Richtungsvektor: $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 - 2 \\ 1 - 5 \\ 3 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Hinweis: Bei einem RV kommt es nur auf die Richtung an, nicht auf Länge oder Orientierung. Deshalb kann man einen möglichst einfachen Vektor, der die vorgegebene Richtung hat, verwenden. Hier wird das erreicht, indem der Vektor $\overrightarrow{AB}$ durch den gemeinsamen Faktor aller Koordinaten, nämlich –2 dividiert wird. Damit erhält man einen anderen Vektor $\vec{u}$, der die gewünschte Eigenschaft hat.

Also: $g:\ \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 2. Gegenseitige Lage zweier Geraden g und h:

g: $\vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u}$  h: $\vec{X} = \vec{B} + \mu \vec{v}$

① Sind die RV $\vec{u}, \vec{v}$ der beiden Geraden linear abhängig? Ansatz: $\vec{u} = \lambda \vec{v}$

**JA**

Das bedeutet die Richtungen der Geraden sind gleich.

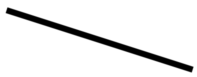
② Liegt der Aufhängepunkt (z.B. A) der einen Gerade auch auf der anderen Gerade (also auf h)?

Ansatz: $\vec{A} = \vec{B} + \mu \vec{v}$ oder $\vec{A} - \vec{B} = \mu \vec{v}$

**JA**

Die Geraden sind *identisch*

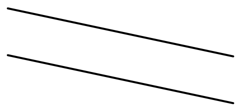
$g \equiv h$



**NEIN**

Die Geraden sind *echt parallel*

$g \parallel h$



**NEIN**

Das bedeutet die Geraden haben unterschiedliche Richtungen.

② Haben die Geraden einen gemeinsamen Punkt (Ermitteln durch Einsetzen von g in h bzw. Gleichsetzen der Terme)?

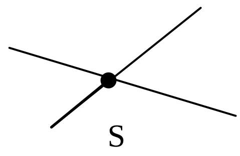
Ansatz: $\vec{A} + \lambda \vec{u} = \vec{B} + \mu \vec{v}$

Oder: $\vec{A} - \vec{B} = \mu \vec{v} - \lambda \vec{u}$

**JA**

Die Geraden haben *einen Schnittpunkt S*

$g \cap h = \{S\}$




**NEIN**

Die Geraden sind *windschief*